EXAMEN VIBRACIONES Y ONDAS. 31.OCTUBRE.2008

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- En una cuerda se propaga una onda cuya ecuación viene dada por y(x,t) = 8 sin (6t + 2x), donde x viene en metros y t en segundos. Calcular:
a) La velocidad de propagación de la onda.
b) La aceleración a los 6 segundos, de un punto situado a 3 m.
c) La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 90 cm.

2.- Una partícula de 0,1 kg realiza un MAS de las siguientes características: amplitud 1,7 cm; período 0,2 s; en el instante t =0 se encuentra en la posición x = -1 cm.
a) Escribir la ecuación del movimiento. Representarlo gráficamente.
b) Calcular la velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen x = 0.
c) Calcular su energía mecánica.

CUESTIONES

1.- Explica en qué puntos la velocidad y aceleración de un M.A.S. adquieren su valor máximo.
2.- Di dónde oscilará más despacio un péndulo, en la Tierra o en la Luna. Razona la respuesta.
3.- Describe brevemente y ayudándote de dibujos, el fenómeno de interferencia de dos ondas.
4.- ¿En qué consiste la contaminación acústica y qué medios podrían ser aplicables para combatiral?

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.- Una partícula de 0,5 kg que describe un MAS de frecuencia 5 Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J.
a) calcula la posición y velocidad inicial, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
b) Haz un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál será el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

2.- Una onda armónica de frecuencia 100 Hz y A = 0,5 m, se propaga con una velocidad de 10 m/s en el sentido positivo del eje OX. Si en t =0 la elongación en el origen de coordenadas es 0,5 m, halla:
a) la ecuación de la onda;
b) la diferencia de fase ente dos puntos separados 0,2 m;
c) la ecuación de la velocidad de un punto material del medio.

CUESTIONES

1.- ¿En qué consiste la difracción? Utiliza el principio de Huygens para explicarlo.
2.- Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explica qué efecto tiene: a) en la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones; b) en la velocidad y el período de la oscilación.
3.- Describe qué es el umbral de audición y el umbral de dolor para las ondas sonoras. ¿Es constante cada uno de ellos o depende de la frecuencia de las ondas sonoras?
4.- Escribe sobre la expresión: "luz más luz, igual a oscuridad".

EXAMEN VIBRACIONES Y ONDAS. 31.OCTUBRE.2008

Soluciones

Opción A
Problemas
1.- a) Si comparamos la ecuación de la onda con la ecuación más general:

$y(x,t) = 8 \sin (6t+2x)$

$y(x,t) = A \sin (\omega t - kx)$

deducimos que $\omega = 6$ rad/s y $k = 2\ m^{-1}$.
Como $\omega = 2\pi/T \rightarrow T = \pi/3$ s y también, como $k = 2\pi/\lambda \rightarrow \lambda = \pi$ m.
La velocidad de la onda **v = λ/T = 3 m/s**

b) Para calcular la velocidad de un punto de la onda hay que derivar en la expresión de la elongación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = 48\cos(6t + 2x)$$

y derivando de nuevo para obtener la aceleración: $a = \frac{dv}{dy} = -288\sin(6t + 2x)$

y sustituyo los valores pedidos:
a(x=3m, t=6s)=-288 sin (6·6 + 2·3) = **-263,9 m/s²**

c) La fase es el argumento del seno. La diferencia de fase será entonces:
$\Delta\varphi = |(6t_1+2x_1) - (6t_2+2x_2)| = 2\cdot|x_1-x_2| = 2\cdot 0,9 =$ **1,8 rad**
Suponiendo que la distancia entre esos dos puntos se ha medido en un cierto instante, y por tanto $t_1=t_2$

2.- a) La ecuación de un MAS: $x = A \sin (\omega t + \varphi_0)$
$\omega = 2\pi/T = 10\pi$ rad/s
y la ecuación queda: $x = 0,017 \sin (10\pi t + \varphi_0)$
Para calcular la fase inicial, hay que imponer las condiciones iniciales:

$-0,01 = 0,017 \sin (10\pi\cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \frac{-0,01}{0,017} = \sin\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = -36^0 \equiv -\frac{\pi}{5} rad$

y la ecuación quedará:

x = 0,017 sin (10πt + π/5)

b) Para calcular la velocidad cuando la partícula pasa por el origen, sabemos que en ese instante la velocidad es máxima. Bastará con calcular la velocidad, derivando e imponiendo la condición de máximo:

$v = \frac{dx}{dt} = 0,017\cdot 10\pi\cos(10\pi t + \pi/5)$ y el máximo será con el cos = ± 1, por lo tanto:
v = 0,017 · 10 · π= **0,53 m/s**

c) Para calcular la energía mecánica utilizamos la expresión $E = \frac{1}{2} k A^2$
con $K = m\cdot\omega^2$ y $\omega = 2\pi/T$
haciendo algo de álgebra, se obtiene: **E = 0,01 J**

EXAMEN VIBRACIONES Y ONDAS. 31.OCTUBRE.2008

Opción B
Problemas

1.- a) De la expresión de la energía cinética podemos sacar la velocidad:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,2}{0,5}} = 0,9m/s$$

De la expresión de la energía potencial, sacamos la posición inicial:

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2\cdot E_P}{m\cdot\omega^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,8}{0,5\cdot(10\pi)^2}} = 0,05m$$

Para calcular la amplitud hacemos uso de la expresión de la energía mecánica total, que será suma de la cinética y la potencial.

$$E = E_c + E_P = 1J$$

$$E = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2\cdot E}{K}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1}{0,5(10\pi)^2}} = 0,063m$$

La velocidad máxima la obtendremos considerando que con ese valor, toda la energía mecánica de la partícula es energía cinética.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1}{0,5}} = 2m/s$$

b) La energía mecánica se conserva, por lo que la suma de potencial y cinética se mantiene constante. Así cuando la partícula tiene velocidad máxima, toda su energía es cinética, mientras que cuando está en el punto de máxima elongación (amplitud) toda la energía es potencial.
Si imponemos la condición de que se igualen las energías potencial y cinética:

$$E_c = E_P$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

y la velocidad en función de la elongación: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ y con algo de álgebra, $A^2 = 2\cdot x^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$

2.- a) Para escribir la ecuación de la onda tendremos que calcular la frecuencia angular, el número de ondas y la fase inicial.
A partir de la frecuencia: ω= 2πf = rad/s
Para calcular K, primero obtenemos la longitud de onda: v = λ·f → λ = 0,1 m
K = 2π/λ = 20 π m^{-1} y la ecuación es:

Y(x,t) = 0,5 sin (200πt - 20πx + φ_0)

Para calcular la fase inicial imponemos la condición del enunciado:

0,5 = 0,5 sin (200π·0 - 20π·0 + φ_0)
1 = sin φ_0 → φ_0 = π/2
Y(x,t) = 0,5 sin (200πt - 20πx + π/2)

b) Para el cálculo de la diferencia de fase:
Δφ= |(200πt_1+20πx_1) - (200πt_2+20πx_2)| = 20π·|x_1-x_2| = **4π rad**

c) la ecuación de la velocidad de un punto del medio se calcula derivando:

$$v = \frac{dy}{dt} = 100\pi\cos(200\pi t - 20\pi x + \pi/2)\ m/s$$