EXAMEN “VIBRACIONES Y ONDAS” **31.10.2006**

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- En una cuerda se propaga una onda cuya ecuación viene dada por $y(x,t) = 8 \cdot \sin(6t-2x)$, donde x viene en m y t en segundos. Calcular:

a) La velocidad de propagación de la onda.
b) La aceleración a los 6 s de un punto de la cuerda situado a 3 m.
c) La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 90 cm.

2.- Una partícula describe un MAS, desplazándose según la ecuación $x=0{,}3 \cdot \cos(2t+\pi/6)$ en la que x se mide en metros y t en segundos.

a) ¿Cuáles son la frecuencia, el período, la amplitud y la frecuencia angular?
b) Calcula la posición, la velocidad y la aceleración en t = 1s.
c) Valor de la posición, velocidad y aceleración máximas.

CUESTIONES

1. Nos hallamos en una barca en el mar entre un barco y los acantilados de la costa. Si tardamos 6 segundos en oír el sonido procedente de una explosión en el barco y 10 segundos en oír el eco procedente de los acantilados, ¿a qué distancia nos encontramos del barco y de la costa?
2. Clasifica y define los distintos tipos de ondas, atendiendo a su naturaleza y su dirección de propagación. Pon un ejemplo de cada una de ellas.
3. Dibuja dos ondas armónicas tales que una tenga el triple de frecuencia y la mitad de amplitud que la otra y que entre las dos exista un desfase de $\pi/2$.
4. Dos violinistas separados dos metros tocan la misma nota. ¿Existirán puntos de la habitación donde, a causa de la interferencia, no se oiga?

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.- Una onda se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 340 m/s y una frecuencia de 900 Hz. La elongación máxima que adquiere una partícula del medio es de 5 mm. Calcula:

a) Ecuación de la onda.
b) Energía que adquieren las partículas del medio si su masa es de 10^{-6} g.
c) Distancia a la que se encuentran dos puntos del medio cuyas fases difieren π radianes.

2.- Un cuerpo m de 500 g cuelga de un muelle. Cuando se tira de él 10 cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a si mismo oscila con un período de 2 s.

a) ¿Cuál es la velocidad al pasar por la posición de equilibrio?
b) ¿Cuánto vale la constante elástica del muelle?
c) ¿Cuál es la aceleración cuando el cuerpo se encuentra a 10 cm por encima de la posición de equilibrio?

CUESTIONES

1. Depende la velocidad transversal con que oscilan los puntos de una cuerda de la velocidad a la que se propaga la onda por dicha cuerda?
2. Justifica la relación $k/m = \omega^2$ para un M.A.S., siendo k la constante elástica recuperadora.
3. Un oscilador armónico se encuentra, en un instante determinado, en una posición que es igual a la mitad de su amplitud (x = A/2). ¿Qué relación existe entre su energía cinética y energía potencial?
4. Enunciar el principio de Huygens y utilizarlo para explicar el fenómeno de la difracción a través de una rendija.

SOLUCIÓN

OPCIÓN A

PROBLEMA 1

a) La velocidad de propagación de una onda viene dada por la expresión: $v = \frac{\lambda}{T}$. De la ecuación de la onda, deducimos:

$\omega = 6 \qquad k = 2$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{3} s$; $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \pi m \Rightarrow v = \frac{\pi}{\pi/3} = 3 \, m/s$

b) Para calcular la aceleración de un punto x en un instante t, derivamos 2 veces:

$a(x,t) = -288 \sin(6t - 2x)$

y calculamos para x=3 m y t=6 s. $a(3,6) = 284{,}5 \, m/s^2$

c) La diferencia de fase:

$\Delta\delta = (6t_1 - 2x_1) - (6t_2 - 2x_2) = 2(x_2 - x_1) = 2 \cdot 0{,}9 = 1{,}8 rad$ teniendo en cuenta que $t_1=t_2$

PROBLEMA 2

a) Comparando con la ecuación más general de un MAS $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_o)$

$\omega = 2 \, rad/s$

A = 0,3 m; $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} Hz$

b) Para el cálculo de la posición en t = 1s, sustituimos en la ecuación, teniendo cuidado de poner nuestra calculadora en Rad a la hora de calcular.

$x(t=1) = 0{,}3 \cdot \cos(2 + \pi/6) = -0.24 m$

Para la velocidad, derivamos y sustituimos:

$v(t=1) = -0.6 \cdot \sin(2 + \pi/6) = -0.35 \, m/s$

y para la aceleración, derivamos otra vez y volvemos a sustituir:

$a(t=1) = -1.2 \cdot \cos(2 + \pi/6) = 0.98 \, m/s^2$

c) La posición, velocidad y aceleración serán máximas cuando el sin o cos sean ±1;

x_{MAX}= 0,3 m
v_{MAX}=-0,6 m/s
a_{MAX}=-1,2 ms^{-2}

OPCIÓN B

PROBLEMA 1

a) La elongación máxima es lo que se conoce como amplitud A = 0,005 m.
De la frecuencia podemos deducir la velocidad angular ω.

$\omega = 2\pi f = 1800\pi \, rad/s$

y con la velocidad, despejamos λ y luego k: $v = \lambda \cdot f \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{180\pi}{34} m^{-1}$

y la ecuación de la onda: $y(x,t) = 0{,}005 \cdot \sin(1800\pi t - \frac{180\pi}{34} x)$

b) Un punto del medio afectado por una onda, se mueve con MAS, por lo que su energía vendrá dada por:

$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 4 \cdot 10^{-7} J$

c) Para un mismo instante de tiempo

$$\Delta\delta = (1800\pi t_1 - \frac{180\pi}{34} x_1) - (1800\pi t_2 - \frac{180\pi}{34} x_2) = \frac{180\pi}{34}(x_2 - x_1) = \pi$$

$$(x_2 - x_1) = \frac{34}{180} = 0.18 m$$

PROBLEMA 2

a) A partir del período 2 s. y de la amplitud del MAS, puedo escribir la ecuación del movimiento.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \, {}^{rad}\!/_{s}$$

$$x(t) = 0{,}1 \cdot \sin \pi t$$

La velocidad es máxima cuando pasa por el punto de equilibrio y vale $v_{max} = \pm A \cdot \omega$

V= ± 0,1 π m/s

b) $k = m \cdot \omega^2 = 0{,}5 \cdot \pi^2 \, {}^{N}\!/_{m}$

b) La expresión de la aceleración para un MAS en función de la elongación:

$$a = -\omega^2 \cdot x = -\pi^2 \cdot 0{,}1 \, {}^{m}\!/_{s^2}$$